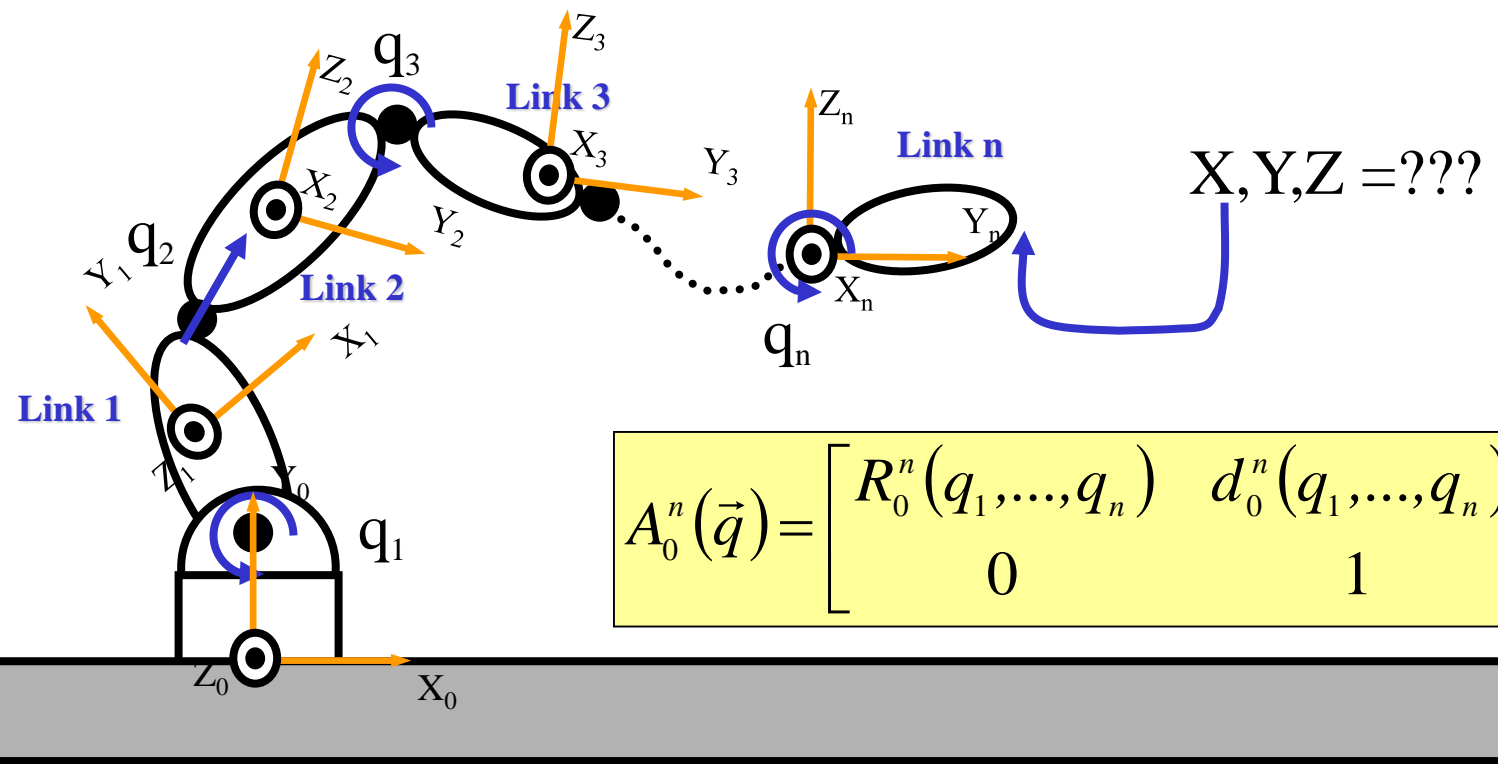

Fundamentos de Robótica: Cinemática Directa

Juan Carlos Grieco, Universidad Simón Bolívar
Gerardo Fernández L, Universidad Simón Bolívar

Cinemática Directa...

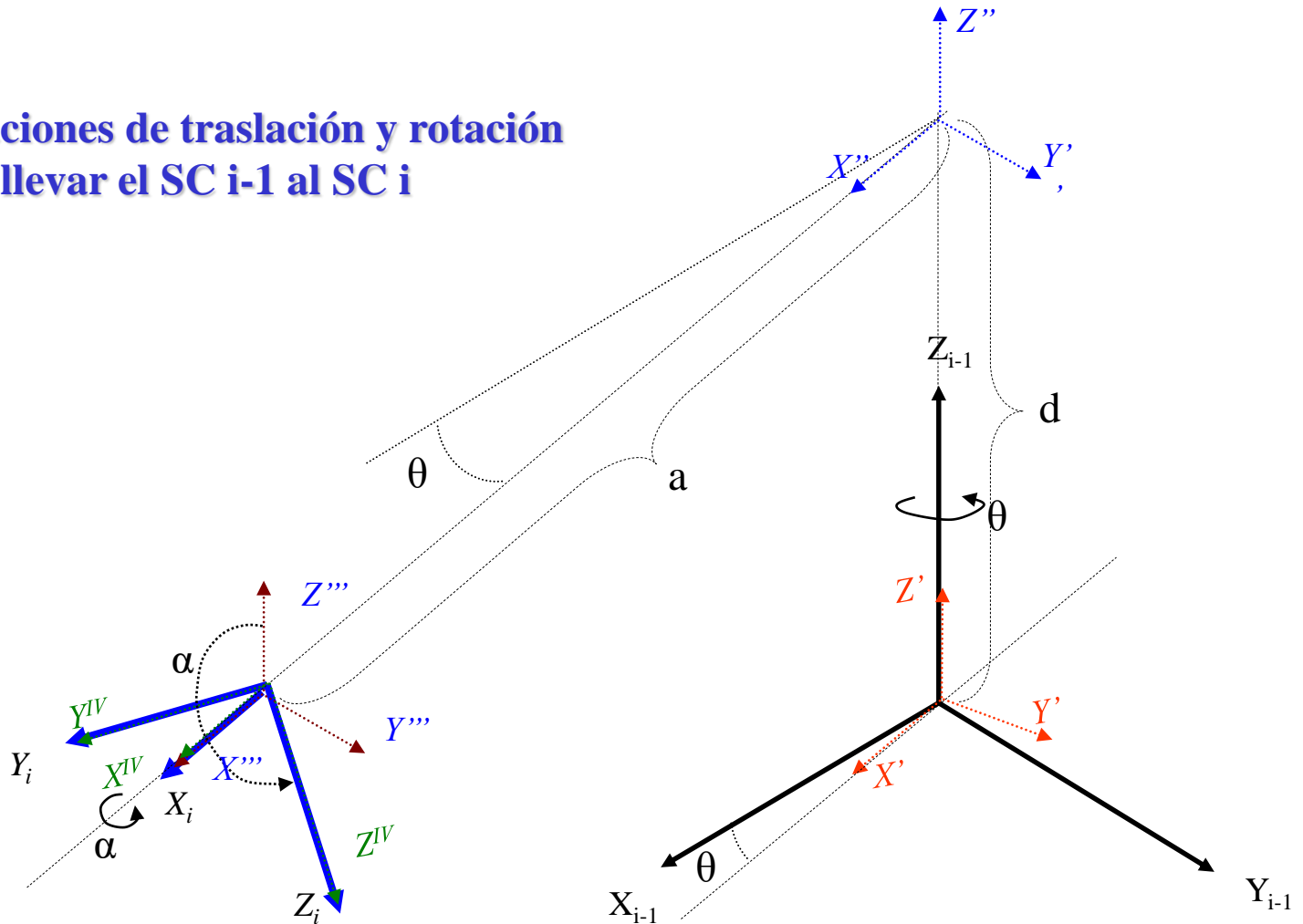
$$A_{i-1}^i(q_i)$$



$$A_0^n(\vec{q}) = \begin{bmatrix} R_0^n(q_1, \dots, q_n) & d_0^n(q_1, \dots, q_n) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformación de Denavit - Hartenberg

Cuatro operaciones de traslación y rotación para llevar el SC $i-1$ al SC i



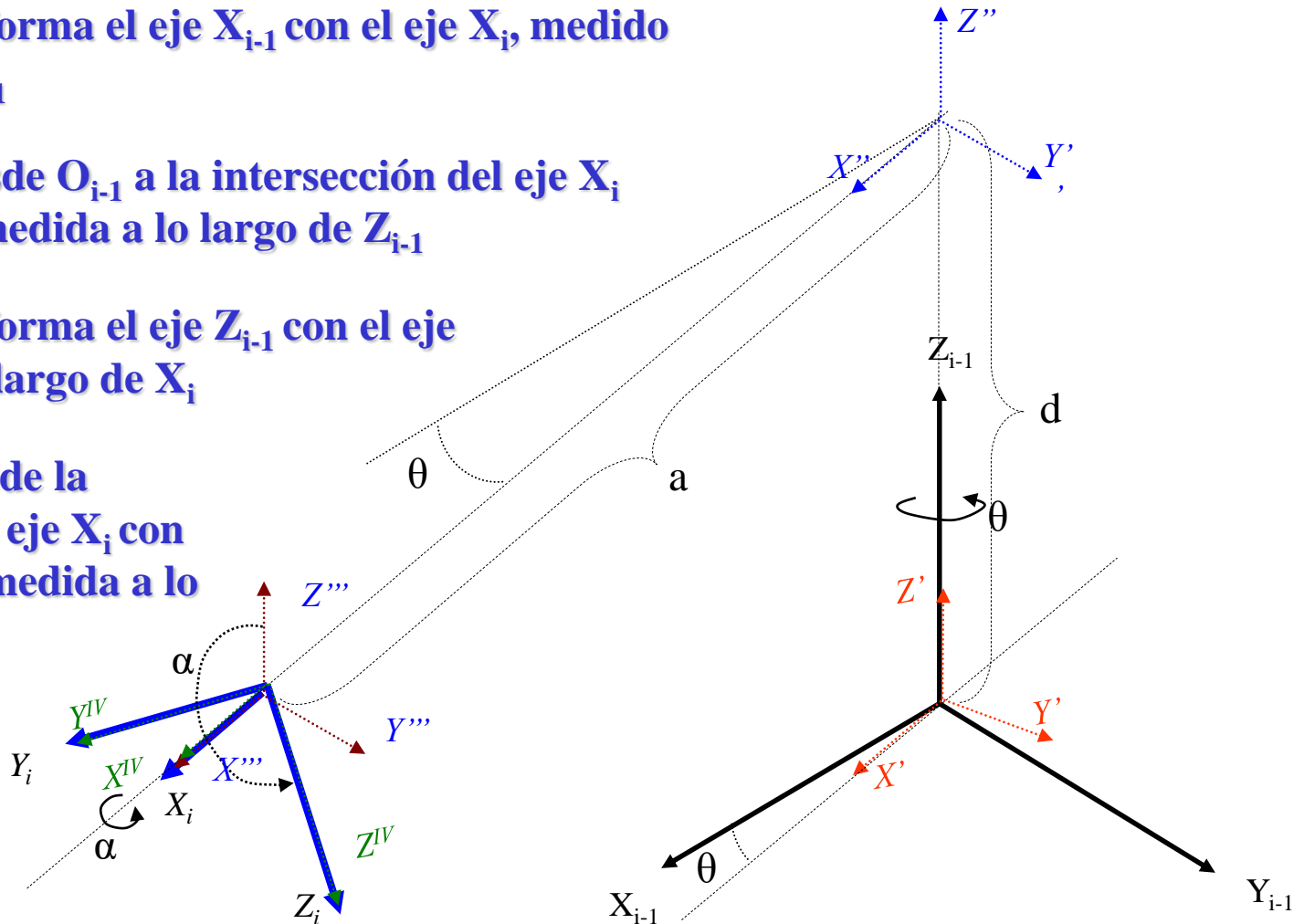
Transformación de Denavit - Hartenberg

θ : Ángulo que forma el eje X_{i-1} con el eje X_i , medido a lo largo de Z_{i-1}

d : Distancia desde O_{i-1} a la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} , medida a lo largo de Z_{i-1}

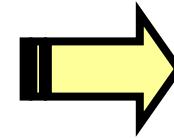
α : Ángulo que forma el eje Z_{i-1} con el eje Z_i , medido a lo largo de X_i

a : Distancia desde la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} a O_i , medida a lo largo de X_i



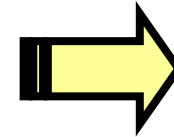
Transformación de Denavit - Hartenberg

θ : Ángulo que forma el eje X_{i-1} con el eje X_i , medido a lo largo de Z_{i-1}



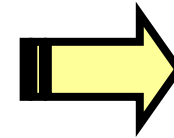
Rot_{z,θ_i}

d : Distancia desde O_{i-1} a la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} , medida a lo largo de Z_{i-1}



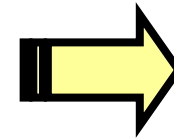
Tras_{z,d_i}

a : Distancia desde la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} a O_i , medida a lo largo de X_i



Tras_{x,a_i}

α : Ángulo que forma el eje Z_{i-1} con el eje Z_i , medido a lo largo de X_i



Rot_{x,α_i}

$$A_{i-1}^i = R_{z,\theta_i} \text{Tras}_{z,d_i} \text{Tras}_{x,a_i} R_{x,\alpha_i}$$

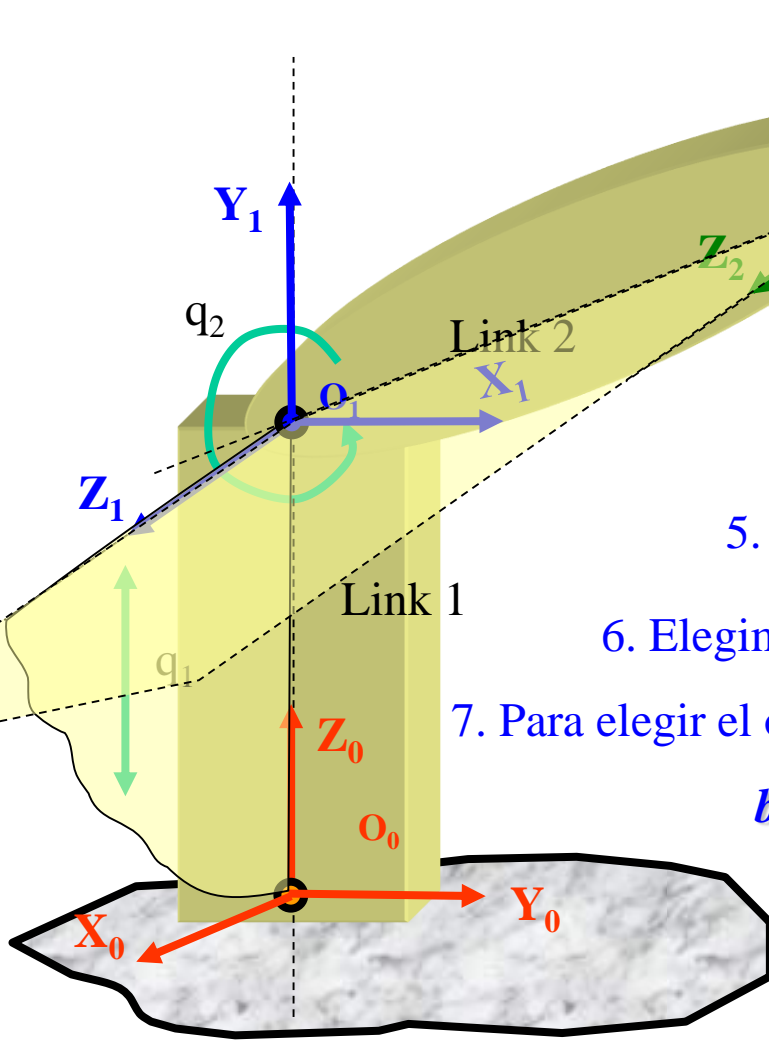
Transformación de Denavit - Hartenberg

$$A_{i-1}^i = R_{z,\theta_i} \text{Tras}_{z,d_i} \text{Tras}_{x,a_i} R_{x,\alpha_i}$$

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & 0 \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha_i} & -s_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$A_{D-H} = \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Procedimiento para asignar los ejes, según D/H

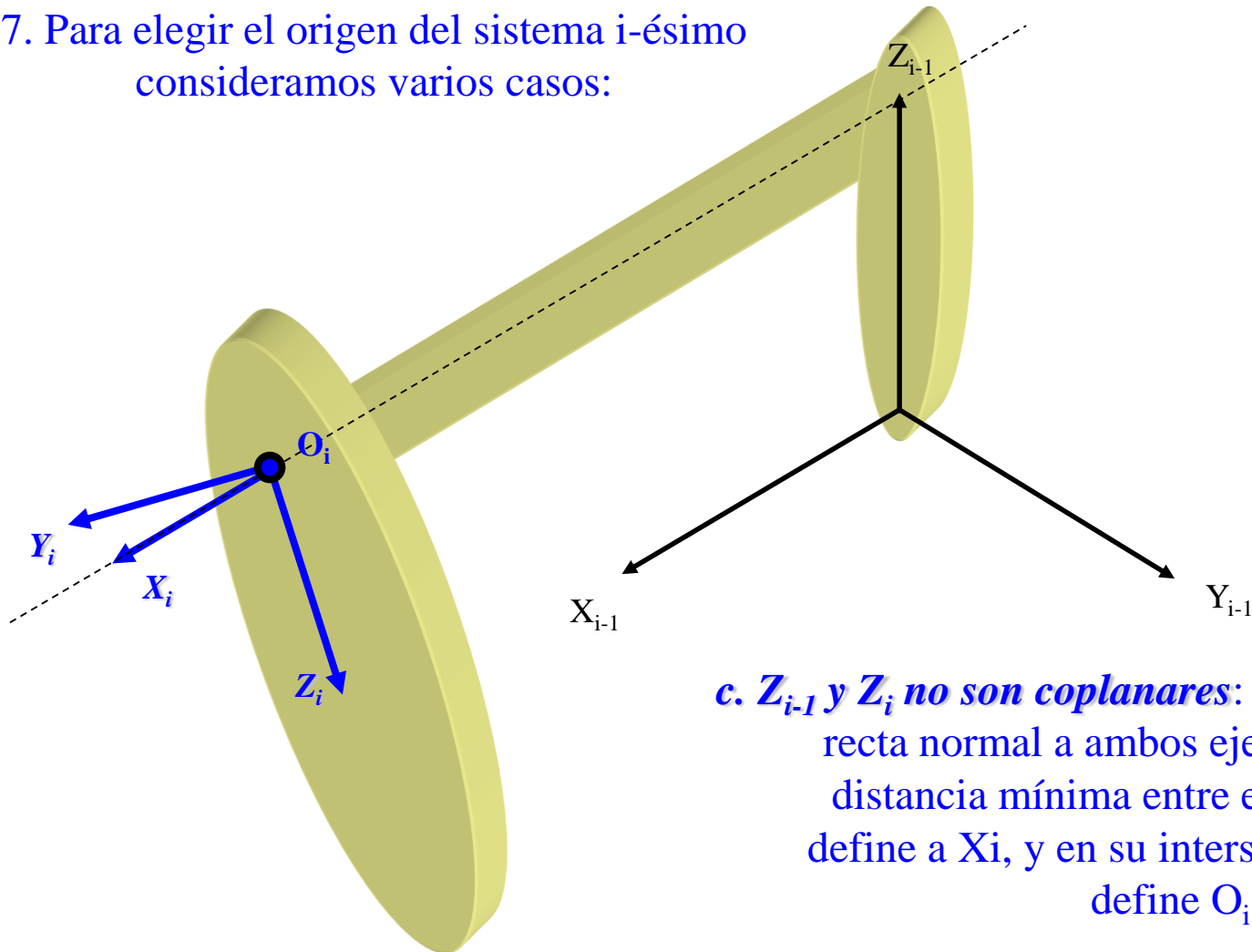


1. Numeramos los Links de "1" a "n"
2. Identificamos los ejes de movimiento, sean prismáticos o rotacionales
3. Definimos las variables de articulación, de q_1 a q_n
4. Sobre cada eje de movimiento colocaremos un eje Z_i . En el Eje 1 colocamos Z_0 que es fijo
5. Sobre Z_0 , en cualquier lugar, ubicamos O_0
6. Elegimos X_0 y Y_0 como un sistema diestro
7. Para elegir el origen del sistema i -ésimo consideramos varios casos:

b. Z_{i-1} , Z_i y Z_{i+1} son coplanares y paralelos: Hay infinitas rectas que intersectan ambos ejes. Escogemos O_i en la intersección, X_i es NORMAL al plano que forman Z_{i-1} y Z_i asegurando que X_i es NORMAL e INTERSECTA a Z_{i-1}

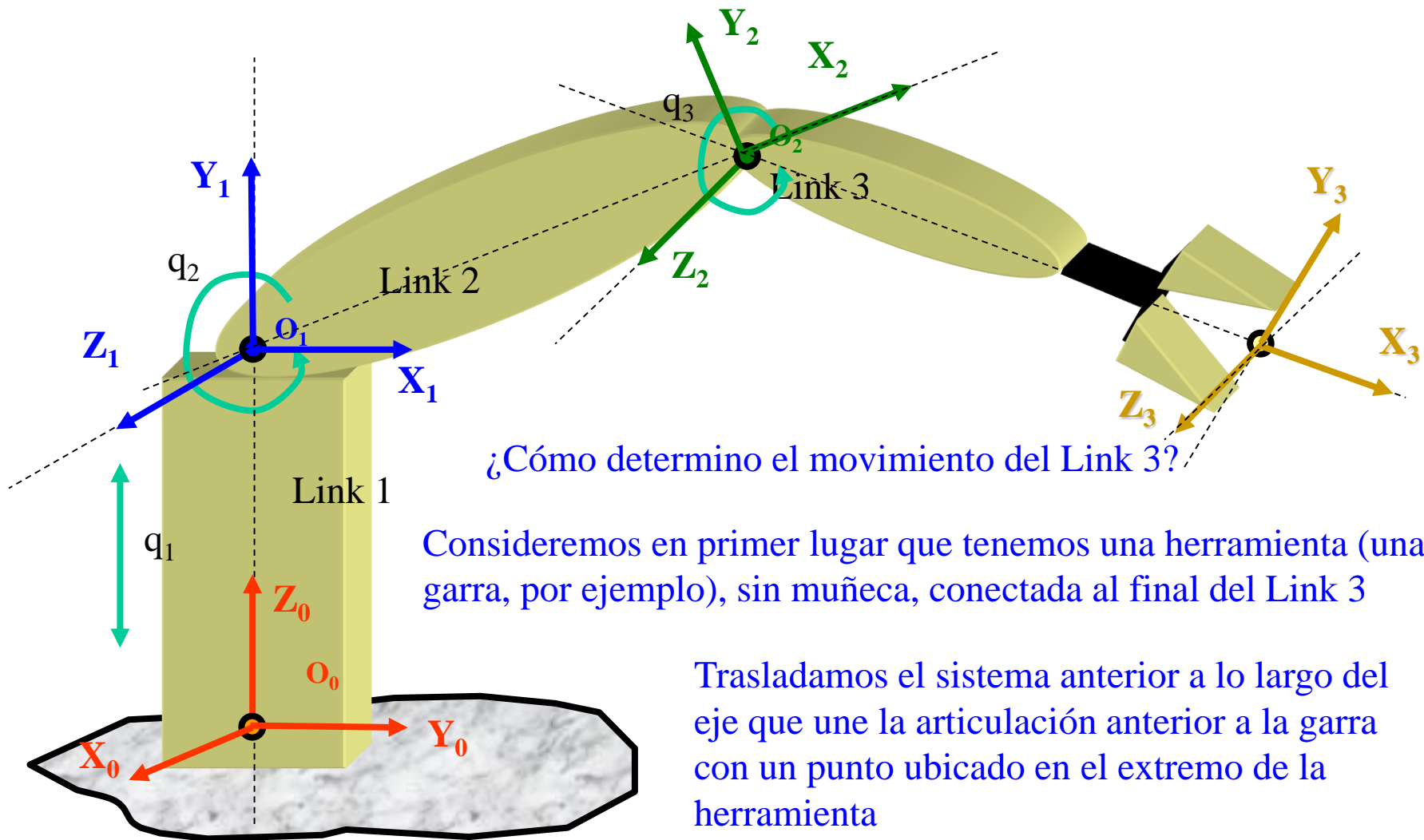
Procedimiento para asignar los ejes, según D/H

7. Para elegir el origen del sistema i -ésimo consideramos varios casos:



c. Z_{i-1} y Z_i no son coplanares: Existe una única recta normal a ambos ejes, que define la distancia mínima entre ellos. Esta línea define a X_i , y en su intersección con Z_i se define O_i .

Determinación de los parámetros de D/H

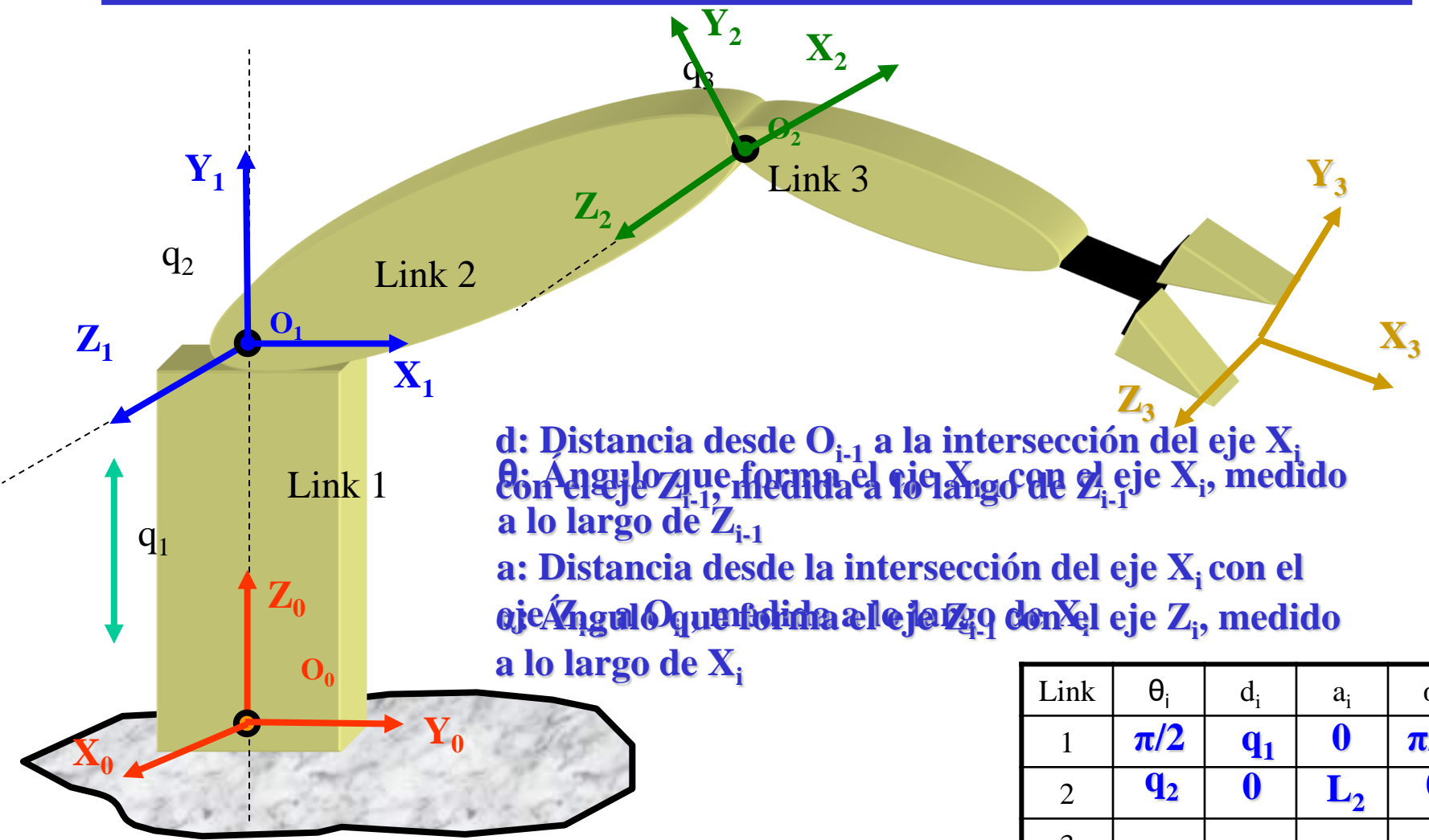


¿Cómo determino el movimiento del Link 3?

Consideremos en primer lugar que tenemos una herramienta (una garra, por ejemplo), sin muñeca, conectada al final del Link 3

Trasladamos el sistema anterior a lo largo del eje que une la articulación anterior a la garra con un punto ubicado en el extremo de la herramienta

Determinación de los parámetros de D/H: Ejemplo



d: Distancia desde O_{i-1} a la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} , medida a lo largo de Z_{i-1}

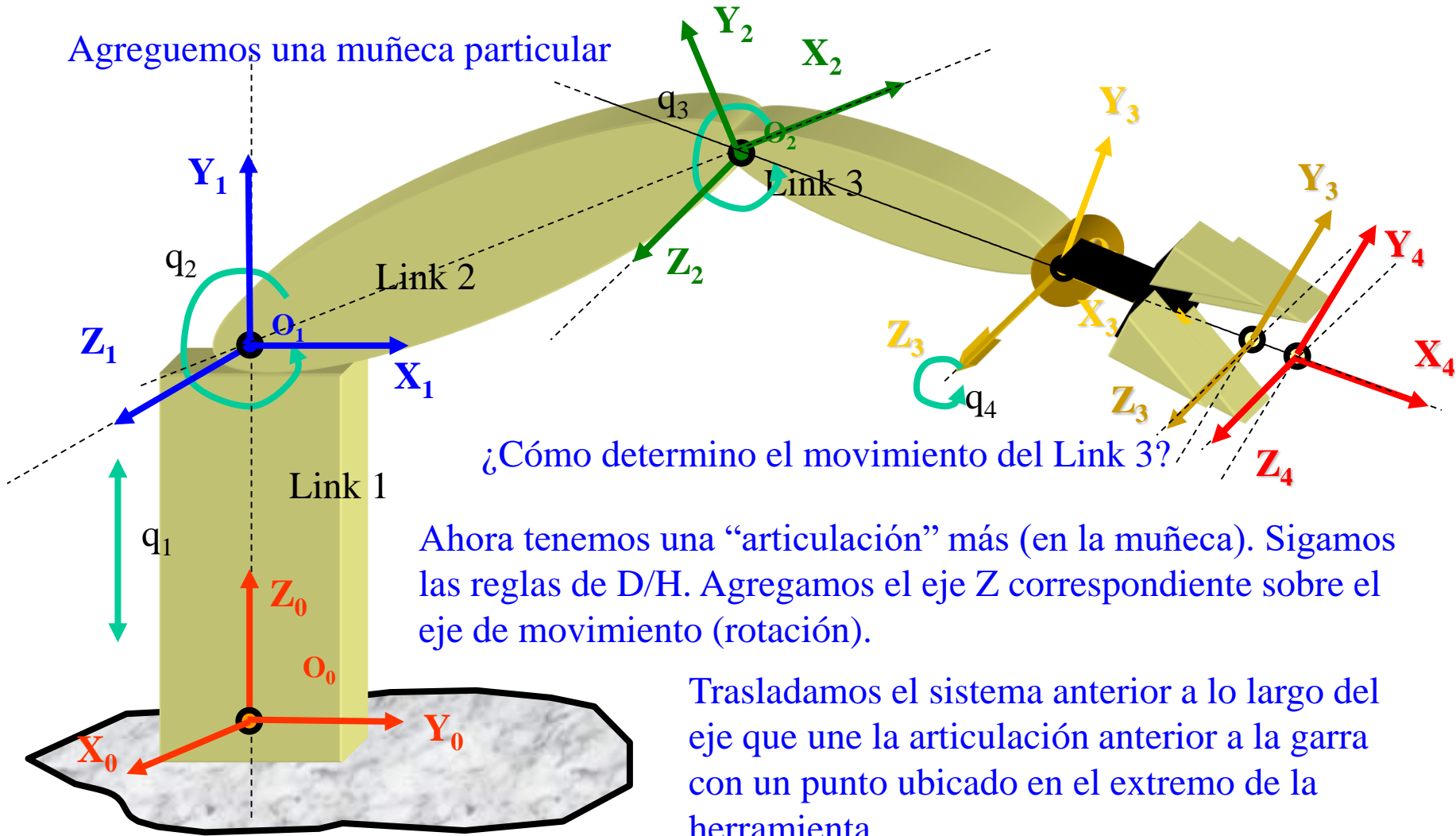
θ_i : Ángulo que forma el eje X_i con el eje X_{i-1} , medido a lo largo de Z_{i-1}

a: Distancia desde la intersección del eje X_i con el eje Z_{i-1} hasta el eje Z_i , medida a lo largo de X_i

α_i : Ángulo que forma el eje Z_i con el eje Z_{i-1} , medido a lo largo de X_i

Link	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	$\pi/2$	q_1	0	$\pi/2$
2	q_2	0	L_2	0
3				

Determinación de los parámetros de D/H



Agreguemos una muñeca particular

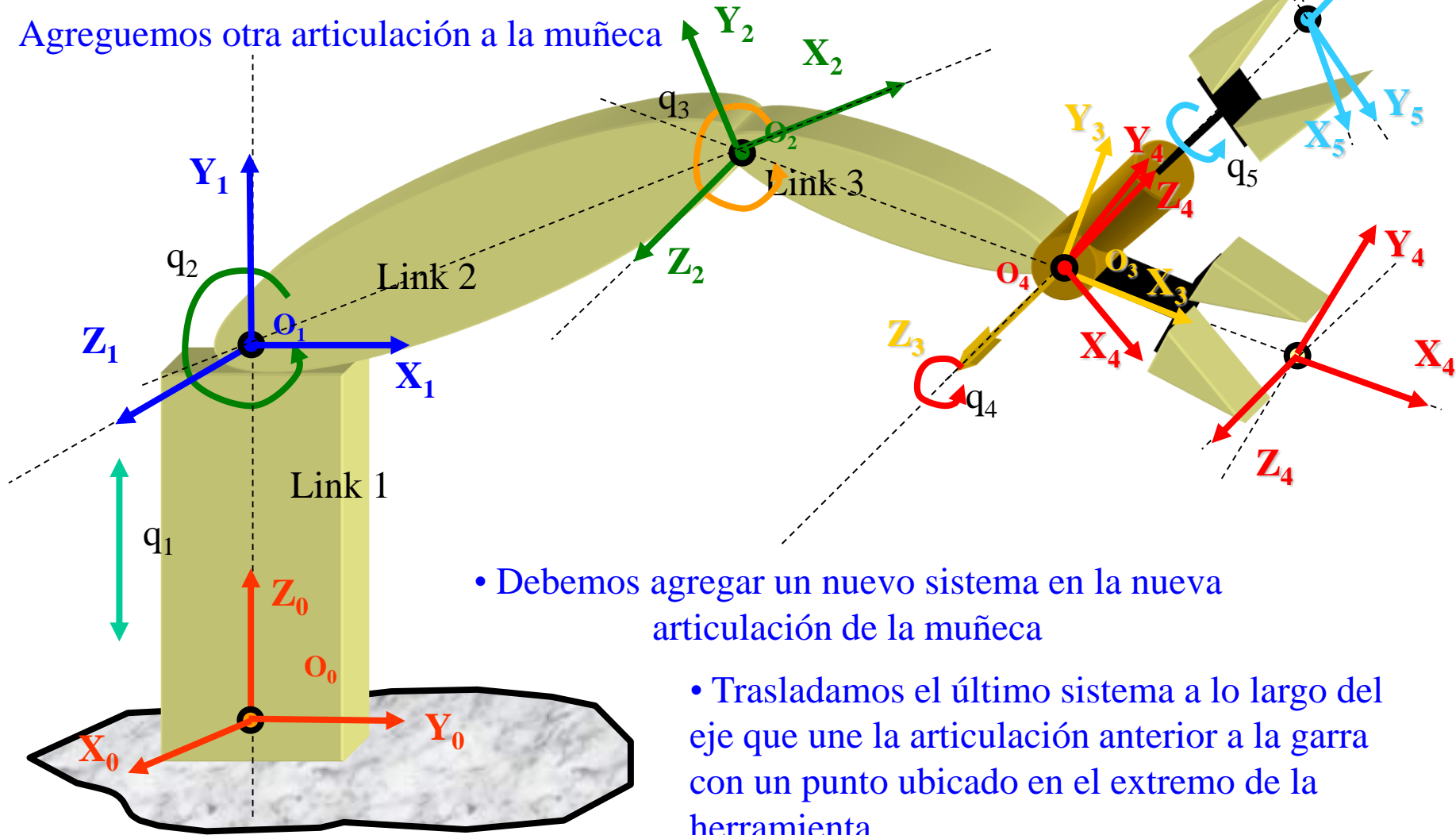
¿Cómo determino el movimiento del Link 3?

Ahora tenemos una “articulación” más (en la muñeca). Sigamos las reglas de D/H. Agregamos el eje Z correspondiente sobre el eje de movimiento (rotación).

Trasladamos el sistema anterior a lo largo del eje que une la articulación anterior a la garra con un punto ubicado en el extremo de la herramienta

Determinación de los parámetros de D/H

Agreguemos otra articulación a la muñeca



- Debemos agregar un nuevo sistema en la nueva articulación de la muñeca

- Trasladamos el último sistema a lo largo del eje que une la articulación anterior a la garra con un punto ubicado en el extremo de la herramienta